

Урок 7

Розв'язування рівнянь, які зводяться до квадратних.

Підручник - Мерзляк "Алгебра, 8 клас", 2021 р

Відповіді домашнього завдання:

№ 733

1) $\frac{4x-3}{x-1}$	2) $\frac{2y+5}{y-1}$	3) $\frac{a+1}{a-5}$	4) $-\frac{b-3}{b-1} = \frac{3-b}{b-1}$
-----------------------	-----------------------	----------------------	---

№ 736(1) 1.

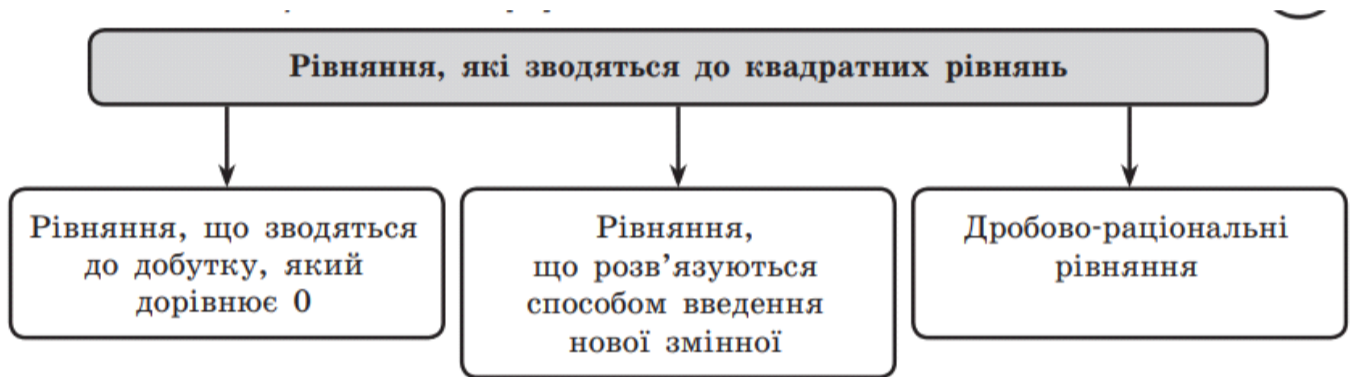
Виконай усно:

1. Скоротіть дробі:

$$\frac{a+1}{2a+2}; \quad \frac{x^2-1}{3x+3}; \quad \frac{x^2-4}{(x+2)^2};$$
$$\frac{x-4}{\sqrt{x}+2}; \quad \frac{a-b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}; \quad \frac{\sqrt{y}-1}{x-x\sqrt{y}}.$$

2. Знайдіть корені рівнянь:

$$x^2 - 64 = 0; \quad y^2 + 49 = 0; \quad 2p^2 - 7p = 0;$$
$$m^2 = 0; \quad 2x^2 + 4x - 1 = 0; \quad x^2 + 3x + 4 = 0.$$



Рівняння, що зводяться до добутку, який дорівнює 0

Для розв'язування рівнянь виду $f(x) = 0$ застосовують спосіб розкладання лівої частини на множники.
Множиною всіх коренів рівняння виду $A(x) \cdot B(x) = 0$, де $A(x)$ та $B(x)$ — многочлени відносно x , є об'єднання множин всіх коренів двох рівнянь $A(x) = 0$ та $B(x) = 0$.

➤ Розв'яжи рівняння усно. Запиши відповідь.

- а) $(x-1)(x+2) = 0$; $x-1=0$ або $x+2=0$ б) $x(x+4) = 0$;
Відповідь: $x_1 = 1$ $x_2 = -2$ Відповідь: _____
- в) $(3x-7)(4-3x) = 0$; г) $(x-5)(x-6) = 0$;
Відповідь: _____ Відповідь: _____
- д) $x(x-10) = 0$; е) $(8-x)(6-9x) = 0$.
Відповідь: _____ Відповідь: _____

Рівняння, що розв'язуються способом введення нової змінної

У рівнянні $aP^{2n}(x)+bP^n(x)+c=0$, де $a \neq 0$,

$P(x)$ — многочлен від змінної x

Заміна: $P^n(x)=t$ ($t \geq 0$), тоді $P^{2n}(x)=t^2$,

тоді

$$aP^{2n}(x)+bP^n(x)+c=0, \Rightarrow at^2+bt+c=0$$

Особливий випадок

Рівняння виду $ax^4 + bx^2 + c = 0$, де x — змінна, a, b, c — числа, причому $a \neq 0$, є бікватратним.

Бікватратне рівняння розв'язують методом заміни змінної.

Якщо ввести нову змінну t таку, що $x^2 = t$ ($t \geq 0$), то бікватратне рівняння $ax^4 + bx^2 + c = 0$ відносно змінної x перетвориться на квадратне рівняння відносно змінної t : $at^2 + bt + c = 0$.

Виконаємо усно:

1. Яку заміну слід виконати в рівнянні, щоб дістати квадратне рівняння:

- а) $(x^2 + 6x + 9) - 2(x + 3) - 3 = 0$;
- б) $(x^2 + 6x + 9)^2 - 2(x + 3) - 3 = 0$;
- в) $(x^2 + 6x)^2 - 2(x^2 + 6x) - 3 = 0$.

2. Які квадратні рівняння дістанемо в завданні 1, якщо виконаємо відповідну заміну?

Розглянь зразок розв'язування біквадратного рівняння методом заміни змінної.

Зразок: $x^4 + x^2 - 20 = 0$.

1. Вводимо нову змінну: $y = x^2$.

2. Записуємо рівняння в новому вигляді та знаходимо його корені:

$$y^2 + y - 20 = 0;$$

$$a = 1, b = 1, c = -20;$$

$$D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-20) = 1 + 80 = 81 > 0;$$

$$y_{1,2} = \frac{-1 \pm 9}{2} = 4; \quad y_{1,2} = \frac{-1 - 9}{2} = -5.$$

3. Повертаємося до початкової змінної:

$$1) x^2 = -5;$$

$$2) x^2 = 4;$$

коренів немає;

$$x_1 = 2, x_2 = -2.$$

Відповідь: -2; 2.

Розв'яжемо разом № 754 (а)

754. Розв'яжіть рівняння:

$$1) (x + 3)^4 - 3(x + 3)^2 - 4 = 0;$$

Вводимо нову змінну: $y = (x + 3)^2$

Записуємо рівняння в новому вигляді та знаходимо його корені:

$$y^2 - 3y - 4 = 0$$

$$y_1 + y_2 = 3$$

$$y_1 \cdot y_2 = -4$$

$$y_1 = 4, y_2 = -1$$

Повертаємося до початкової змінної:

$$1) (x + 3)^2 = 4$$

$$x + 3 = 2, \quad x + 3 = -2$$

$$x_1 = -1, \quad x_2 = -5$$

$$2) (x + 3)^2 = -1$$

коренів немає

Відповідь: -1; -5.

Виконай самостійно № 750 (5, 6), № 754(б).

Дробово-раціональні рівняння

Рівняння є дробово-раціональним, якщо хоча б одна з його частин є дробовим раціональним виразом (тобто знаменник містить вираз зі змінною).

Наприклад, $\frac{x-3}{x} = 0$; $\frac{1}{6x-12} = \frac{1}{9x+8}$ — дробово-раціональні рівняння.

➤ Познач дробово-раціональні рівняння.

$$A \quad 7x - 14 = 0;$$

$$B \quad x^2 - 7x + 6 = 0;$$

$$B \quad \frac{12}{7-x} = 0;$$

$$Г \quad \frac{5-x}{15} = 0;$$

$$Д \quad \frac{1}{x} + 5 = 10;$$

$$E \quad \frac{x}{18} = \frac{5}{9}.$$

Більшість дробово-раціональних рівнянь зводяться до одного з таких:

$$\frac{A(x)}{B(x)} = 0; \quad \frac{A(x)}{B(x)} = \frac{C(x)}{B(x)}; \quad \frac{A(x)}{B(x)} = \frac{C(x)}{D(x)}.$$

Ці рівняння, у свою чергу, розв'язують за допомогою рівносильних систем.

$$\begin{cases} A(x) = 0, \\ B(x) \neq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} A(x) = C(x), \\ B(x) \neq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} A(x)D(x) - B(x)C(x) = 0, \\ B(x) \neq 0, \\ D(x) \neq 0. \end{cases}$$

Зазвичай розв'язування дробово-раціональних рівнянь зводиться до першої з наведених схем, у якій рівняння має такий вигляд: у лівій частині — раціональний дріб, у правій — нуль.

Такі рівняння розв'язують за алгоритмом:

1. Перенеси всі члени рівняння в ліву частину.

2. Якщо можна, розклади знаменники на множники.

3. Знайди спільний знаменник.

4. Для кожного дроби запиши додаткові множники.

5. Запиши чисельник дроби.

6. Виконай перетворення в чисельнику.

7. Використай правило рівності дроби $\frac{A(x)}{B(x)}$ нулю.

8. Розв'яжи рівняння $A(x) = 0$.

9. Перевір, чи задовольняють знайдені корені рівняння $A(x) = 0$ область допустимих значень $B(x) \neq 0$. Вилучи ті корені, при яких спільний знаменник дорівнює нулю.

10. Запиши відповідь.

Розглянь зразок розв'язування рівняння за поданим вище алгоритмом.

Зразок: $\frac{2}{2-x} + \frac{1}{2} = \frac{4}{2x-x^2}$.

Розв'язання

1. Перенесемо всі доданки в ліву частину та виконаємо дії за алгоритмом:

$$\frac{2}{2-x} + \frac{1}{2} - \frac{4}{2x-x^2} = 0;$$

$$\frac{\frac{2x}{2} + \frac{x(2-x)}{1}}{2-x} - \frac{\frac{4}{2}}{x(2-x)} = 0;$$

$$\frac{4x+2x-x^2-8}{2x(2-x)} = 0;$$

$$\frac{-x^2+6x-8}{2x(2-x)} = 0;$$

$$\frac{x^2-6x+8}{2x(2-x)} = 0.$$

2. Прирівнюємо до нуля чисельник дроби та отримаємо рівняння:

$$x^2 - 6x + 8 = 0;$$

$$a = 1, b = -6, c = 8;$$

$$D = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8 = 36 - 32 = 4 > 0;$$

$$x_{1,2} = \frac{6 \pm 2}{2} \rightarrow x_1 = 4; x_2 = 2.$$

3. Перевіряємо, чи дорівнює нулю знаменник $2x(2-x)$:

1) $x = 4$; $2x(2-x) = 2 \cdot 4 \cdot (2-4) = 8 \cdot (-2) = -16 \neq 0$. Тоді $x = 4$ є коренем початкового рівняння.

2) $x = 2$; $2x(2-x) = 2 \cdot 2 \cdot (2-2) = 4 \cdot 0 = 0$. Тоді $x = 2$ не є коренем початкового рівняння.

Відповідь: $x = 4$.

Виконай самостійно № 752 (6, 7)

Виконай вправу:

[Розв'язування рівнянь, що зводяться до квадратних](#)

Домашнє завдання:

Опрацювати параграф 3 п. 22, виконати № 751 (5, 6), 753 (3), 755 (1), 763 (1)

Додаткове завдання:

Розв'яжи рівняння, застосовуючи метод заміни змінної.

а) $x - 6\sqrt{x} + 8 = 0$;

б) $x - 5\sqrt{x} + 6 = 0$;

Зробити заміну $\sqrt{x} = t$, тоді $x = t^2$.